ΔΙΔΑΚΤΙΚΟ ΣΕΝΑΡΙΟ

“Η προσέγγιση των παραβολών $y = ax^2$, $y = - ax^2$ και $y = ax^2+bx+c$, με $a \neq 0$, μέσα από το περιβάλλον Geogebra”

ΠΑΝΤΕΙΟΝ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

Επιμόρφωση Εκπαιδευτικών Β΄ Επιπέδου
Οκτώβριος 2013 – Μάρτιος 2014

Συγγραφική επιμέλεια: Γεωργία Κίτσου
Μαθηματικός ΠΕ03
E-mail: gekitsou@yahoo.com

Περιεχόμενα

ΕΙΣΑΓΩΓΗ 3
ΤΙΤΛΟΣ ΣΕΝΑΡΙΟΥ 3
ΤΑΥΤΟΤΗΤΑ ΣΕΝΑΡΙΟΥ 3
Γνωστική περιοχή 3
Θέμα 3
ΕΜΠΛΕΚΟΜΕΝΕΣ ΠΕΡΙΟΧΕΣ 4
ΛΕΞΙΛΟΓΙΟ 4
ΣΚΕΠΤΙΚΟ ΤΟΥ ΣΕΝΑΡΙΟΥ 4
Βασική ιδέα 4
Προστιθέμενη αξία 4
ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΥΠΟΒΑΘΡΟ 5
ΠΛΑΙΣΙΟ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ 5
Σε ποιους απευθύνεται 5
Χρόνος υλοποίησης 5
Χώρος υλοποίησης 5
Τεχνολογικά εργαλεία και υλικοτεχνική υποδομή 5
Προαπαιτούμενες γνώσεις 5
Διδακτικοί στόχοι 6
ΤΟ ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΟ ΣΕΝΑΡΙΟ 7
Οργάνωση της διδασκαλίας 7
Προετοιμασία 8
Περιγραφή δραστηριοτήτων 8
ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ 15
1^{ο} ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ 16
2^{ο} ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ 21

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Είναι γενικά παραδεκτό ότι τόσο η καθημερινότητα του σχολείου που επιβάλλεται από εξωτερικούς παράγοντες όσο και οι χρονικοί περιορισμοί του αναλυτικού προγράμματος, δεν αφήνουν περιθώρια για την ανάπτυξη δεξιοτήτων, τον πειραματισμό, αλλά και την οικοδόμηση της γνώσης, όπως πρεσβεύουν οι σύγχρονες εποικοδομητικές θεωρίες μάθησης. Ωστόσο, αν οι εκπαιδευτικοί διαφοροποιήσουν τη διδασκαλία τους -προσαρμόζοντάς την στις ανάγκες των μαθητών-, χρησιμοποιώντας φύλλα εργασίας, οπτικοακουστικά υλικά και αξιοποιώντας τις ΤΠΕ, θα μπορούσαν να επιτύχουν τους στόχους της παιδαγωγικής και διδακτικής επιστήμης.

ΤΙΤΛΟΣ ΣΕΝΑΡΙΟΥ

«Το μαγικό κλειδί »

<u>Σημείωση:</u> Ο τίτλος είναι εμπνευσμένος από τον R. Descartes (Καρτέσιο), ο οποίος σύνδεσε την άλγεβρα με την γεωμετρία, μέσα από μια απλή κατασκευή (γραφική παράσταση), το γνωστό «καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων». Μια κατασκευή που για τον ίδιο αποτέλεσε το «μαγικό κλειδί» που θα του άνοιγε το δρόμο, αργότερα, για την ανάπτυξη της αναλυτικής γεωμετρίας.

ΤΑΥΤΟΤΗΤΑ ΣΕΝΑΡΙΟΥ

Γνωστική περιοχή

Οι παραβολές: $y = a x^2$, $y = - a x^2$ και $y = a x^2 + b x + c$, $a \neq 0$ στην Άλγεβρα Γ' γυμνασίου.

Θέμα

Το συγκεκριμένο σενάριο αφορά τη μελέτη της συνάρτησης $y = a x^2$ ως προς την καμπυλότητα, τη συμμετρία, καθώς και το μετασχηματισμό της $y = a x^2$ στην $y = a x^2 + b x + c$. Ακόμη, γίνεται αναζήτηση των ριζών, καθώς και των ακρότατων τιμών της δευτεροβάθμιας εξίσωσης της κάθε συνάρτησης, ενώ, ταυτόχρονα, παρουσιάζεται η γραφική απεικόνιση των συναρτήσεων με τη βοήθεια του λογισμικού Geogebra 4.2 (ελληνική έκδοση).

ΕΜΠΛΕΚΟΜΕΝΕΣ ΠΕΡΙΟΧΕΣ

Μαθηματικά (Άλγεβρα) Γ' Γυμνασίου

Τεχνολογία της Πληροφορίας και της Επικοινωνίας (ΤΠΕ)

ΛΕΞΙΛΟΓΙΟ

Παραβολή, συνάρτηση, καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων, γραφική παράσταση, συμμετρία, δευτεροβάθμια εξίσωση, ρίζες, διακρίνουσα.

ΣΚΕΠΤΙΚΟ ΤΟΥ ΣΕΝΑΡΙΟΥ

Βασική ιδέα

Η χρήση της ψηφιακής τεχνολογίας θα διευκολύνει τους μαθητές, να διερευνήσουν και να κατανοήσουν τη συμπεριφορά της συνάρτησης y = a x^2 ως προς την καμπυλότητα (μεταβάλλοντας το a) και τη συμμετρία, να μελετήσουν τις ακρότατες τιμές της και τέλος να ανακαλύψουν το μετασχηματισμό της στην y = a x^2 + b x + c. Μέσα από το μετασχηματισμό αυτό, θα διαπιστώσουν ότι η διακρίνουσα μεταβάλλεται και αλλάζει το σύστημα αξόνων, ενώ οι ρίζες της κάθε δευτεροβάθμιας εξίσωσης είναι τα σημεία τομής του άξονα x΄x με τη γραφική παράσταση της αντίστοιχης συνάρτησης. Η διδασκαλία της ενότητας με τα παραδοσιακά μέσα (πίνακας - κιμωλία) υστερεί λόγω έλλειψης ακρίβειας, αλλά και του χρόνου που απαιτείται για την πραγματοποίησή της. Αντίθετα, τα μαθηματικά λογισμικά προσφέρουν τόσο ακρίβεια όσο και ταχύτητα στις μετρήσεις και στις κατασκευές. Επίσης, τα λογισμικά αυτά παρέχουν στους μαθητές δυνατότητες κατασκευής πολλαπλών αναπαραστάσεων των μαθηματικών εννοιών, καθώς και την εν δυνάμει επεξεργασία και διαχείρισή τους.

Προστιθέμενη αξία

Η επιπλέον αξία του συγκεκριμένου σεναρίου είναι ότι έχει σκοπό να ξεφύγει από τον παραδοσιακό τρόπο (πλαίσιο) διδασκαλίας, επιδιώκοντας την τροποποίηση της οπτικής των μαθητών για τα μαθηματικά. Οι μαθητές θα ενθαρρυνθούν να πειραματιστούν με τις κατασκευές, δοκιμάζοντας τις δικές τους ιδέες και καταλήγοντας σε συμπεράσματα τα οποία θα επεξεργαστούν μετά ομαδικά. Έτσι ο μαθητής παύει να είναι ένας παθητικός δέκτης γνώσεων και πληροφοριών και με τη συμβολή των λογισμικών, θα καταφέρει να

διερευνήσει σε βάθος το αντικείμενο που θα επεξεργαστεί. Τέλος, θα αντιληφθεί μέσω της τεχνολογίας ότι τα μαθηματικά αποτελούν αντικείμενο διερεύνησης και επιστημονικής τεκμηρίωσης και όχι μιας απλής παράθεσης γνώσεων και κανόνων.

ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΥΠΟΒΑΘΡΟ

Οι δραστηριότητες που προτείνονται στο σενάριο αυτό στηρίζονται στο εποικοδομητικό μοντέλο μάθησης, σύμφωνα με το οποίο, οι μαθητές συμμετέχουν ενεργά στη διδακτική διαδικασία μέσα από την ανακάλυψη και τη διερεύνηση που οδηγεί στην οικοδόμηση της νέας γνώσης. Ωστόσο, ο ρόλος του δασκάλου δεν είναι ο παραδοσιακός της «αυθεντίας», αλλά καθοδηγητικός, ενθαρρυντικός και διευκολυντικός για τη μάθηση.

ΠΛΑΙΣΙΟ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ

Σε ποιους απευθύνεται

Το σενάριο απευθύνεται σε μαθητές Γ΄ γυμνασίου ενώ, με περαιτέρω μελέτη, θα μπορούσε να ανταποκριθεί και στις απαιτήσεις της Α΄ λυκείου.

Χρόνος υλοποίησης

Η υλοποίηση του διδακτικού σεναρίου απαιτεί περίπου 4 διδακτικές ώρες και θα πραγματοποιηθεί σε δυο φάσεις των 2 διδακτικών ωρών η κάθε μια.

Χώρος υλοποίησης

Το σενάριο θα διεξαχθεί στο εργαστήριο Η/Υ του σχολείου.

Τεχνολογικά εργαλεία και υλικοτεχνική υποδομή

Θα χρησιμοποιηθεί: α) το λογισμικό GeoGebra το οποίο πρέπει να έχει εγκατασταθεί στους υπολογιστές του εργαστηρίου που θα υλοποιηθεί το σενάριο και β) φύλλα εργασίας.

Προαπαιτούμενες γνώσεις

Οι μαθητές θα πρέπει να γνωρίζουν :

i) το καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων,

ii) τις συντεταγμένες σημείου και την απεικόνιση σημείου σε σύστημα αξόνων,

iii) την έννοια της συνάρτησης και της γραφικής της παράστασης,

iv) την αξονική και την κεντρική συμμετρία,

v) τους τύπους της διακρίνουσας και των ριζών δευτεροβάθμιας εξίσωσης, καθώς και την επίλυσή της και τέλος,

vi) να είναι εξοικειωμένοι με τη χρήση του εκπαιδευτικού λογισμικού GeoGebra.

Διδακτικοί στόχοι

Οι δραστηριότητες του σεναρίου στοχεύουν, μέσω πειραματισμών, αφενός στην κατανόηση των εννοιών των συναρτήσεων της παραβολής και αφετέρου στη σύνδεση τους με τις γραφικές τους παραστάσεις. Ωστόσο, ο διδακτικός σχεδιασμός του σεναρίου έγινε με βασική επιδίωξη την πρόκληση του ενδιαφέροντος των μαθητών, μέσω της τεχνολογίας και την εμπλοκή τους σε δραστηριότητες, οι οποίες θα συμβάλλουν στην επίτευξη των διδακτικών στόχων. Ο ρόλος του διδάσκοντα θα είναι βοηθητικός και εμψυχωτικός για τη διδακτική διαδικασία. Έτσι ο εκπαιδευτικός, ενώ θα έχει κάνει, εκ των προτέρων, τον κατάλληλο σχεδιασμό της διδασκαλίας, θα ενθαρρύνει τους μαθητές, ώστε εκείνοι να πειραματίζονται, να παρατηρούν, να εικάζουν και να διατυπώνουν κανόνες, γενικεύοντας τις παρατηρήσεις τους. Επιπλέον, ο καθηγητής θα ενισχύει τις προσπάθειες των μαθητών, παρέχοντας βοήθεια εκεί όπου χρειάζεται, με κατάλληλες ερωτήσεις και επισημάνσεις. Τέλος, σημαντικό ρόλο παίζει και το λογισμικό το οποίο έχει επιλεγεί με σκοπό να δημιουργήσει ευνοϊκές συνθήκες για πειραματισμό, εξερεύνηση, παρατήρηση και δημιουργία υποθέσεων, οι οποίες θα μπορούν να επαληθευθούν ή να απορριφθούν, με στόχο την οικοδόμηση της νέας γνώσης. Επομένως, η δημιουργία βιωματικής μάθησης μέσα από τον πειραματισμό και τις συλλογικές δράσεις, θα ενισχύσει τη λογικο - μαθηματική σκέψη των μαθητών.

Συγκεκριμένα, σύμφωνα με το αναλυτικό πρόγραμμα σπουδών (ΑΠΣ) του υπουργείου, οι διδακτικοί στόχοι ως προς το γνωστικό αντικείμενο είναι οι μαθητές μετά το τέλος της διδακτικής διαδικασίας θα πρέπει:

i) να έχουν κατανοήσει τη σχέση που έχει ο συντελεστής α με την καμπυλότητα και τη θέση της γραφικής παράστασης της παραβολής $y = a x^2$ ως προς τον άξονα xx’,

ii) να μπορούν να αναγνωρίζουν τη γραφική παράσταση της συνάρτησης y = a x^2, αφού έχουν εμπεδώσει ότι η συνάρτηση έχει κορυφή την αρχή των αξόνων Ο(0, 0) που είναι, ταυτόχρονα, και το ακρότατο της y = a x^2 (μέγιστο, αν α <0 ή ελάχιστο, αν α >0) και άξονα συμμετρίας τον άξονα yy',

iii) να είναι σε θέση να σχεδιάζουν, προσεγγιστικά, τη συμμετρική της y = a x^2, δηλαδή, την y = - a x^2 και αντιστρόφως, έχοντας καταλάβει ότι η μια είναι συμμετρική της άλλης ως προς τον άξονα xx',

iv) να μπορούν να αναγνωρίζουν, διαισθητικά, από τη γραφική παράσταση, την εξίσωση της παραβολής στην οποία αντιστοιχεί η συνάρτηση,

v) να είναι ικανοί να διακρίνουν ότι η γραφική παράσταση της συνάρτησης y = a x^2 + b x + c προκύπτει από την παράλληλη μετατόπιση της γραφικής παράστασης της y = a x^2 προς τους άξονες, με νέα κορυφή το σημείο Κ ($\frac{-\beta}{2\alpha}$, $\frac{-\Delta}{4\alpha}$) και τέλος,

vi) να μπορούν να σχεδιάζουν τη γραφική παράσταση της y = a x^2 + b x + c, διαπιστώνοντας ότι οι ρίζες της εξίσωσης y = a x^2 + b x + c = 0 είναι τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της τελευταίας συνάρτησης με τους άξονες.

ΤΟ ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΟ ΣΕΝΑΡΙΟ

Οργάνωση της διδασκαλίας

Η μέθοδος διδακτικής που θα εφαρμοστεί θα είναι της ομαδο - συνεργατικής διδασκαλίας με βασικό εργαλείο τον ηλεκτρονικό υπολογιστή. Ως χώρος διδασκαλίας, θα χρησιμοποιηθεί το εργαστήριο των ηλεκτρονικών υπολογιστών, όπου οι μαθητές, χωρισμένοι σε μικρές ομάδες των 2 μαθητών, θα εργάζονται μπροστά στον υπολογιστή, αναλαμβάνοντας διαφορετικούς ρόλους ο καθένας (πληκτρολόγηση - διαχείριση ποντικιού, τήρηση σημειώσεων στο τετράδιο ή το φύλλο εργασίας). Οι ρόλοι αυτοί είναι δυνατόν να εναλλάσσονται. Επίσης, θα συζητούν μεταξύ τους για την κάθε δραστηριότητα, θα αναπτύσσουν υποθέσεις και εικασίες, θα πειραματίζονται με το υπολογιστικό σύστημα και θα αξιοποιούν τα ευρήματά τους, καθ' όλη τη

διάρκεια της εργασίας τους, ώστε να κατασκευάσουν οι ίδιοι τις μαθηματικές έννοιες.

Το μαθησιακό αυτό περιβάλλον δεν καταργεί, εντελώς, τη χρήση των παραδοσιακών μέσων διδασκαλίας και εργασίας των μαθητών, αλλά ο καθηγητής θα μπορεί να χρησιμοποιήσει τον πίνακα, αν χρειαστεί, ενώ οι μαθητές θα έχουν τη δυνατότητα να συμβουλεύονται το βιβλίο τους και να κρατούν σημειώσεις στο τετράδιό τους. Επομένως, ο καθηγητής αναλαμβάνει το ρόλο του καθοδηγητή και του εμψυχωτή, κάνοντας διδακτική παρέμβαση, είτε συλλογική είτε εξατομικευμένη, ανάλογα με τις ανάγκες που προκύπτουν κάθε φορά. Όμως, ο εκπαιδευτικός, ταυτόχρονα, θα πρέπει να ενθαρρύνει τη διερεύνηση του θέματος, μέσα από τον πειραματισμό, την πρωτοβουλία και την ανταλλαγή απόψεων μεταξύ των μαθητών.

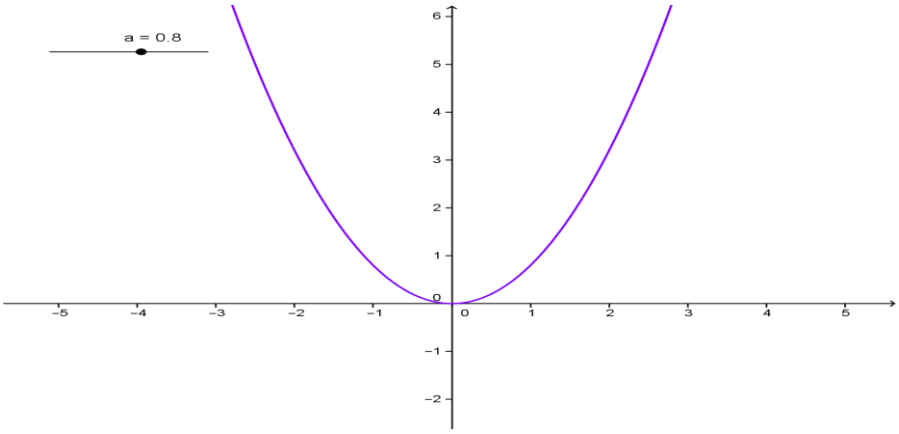
Προετοιμασία

Ο καθηγητής θα πρέπει να έχει δημιουργήσει από πριν φύλλα εργασίας για τους μαθητές και το εργαστήριο των ηλεκτρονικών υπολογιστών να είναι προετοιμασμένο κατάλληλα. Δηλαδή, χρειάζεται να έχει εγκατασταθεί, προηγουμένως, το λογισμικό στο δίσκο κάθε υπολογιστή και να έχει ενεργοποιηθεί, ώστε να αρχίσει το μάθημα χωρίς καθυστερήσεις. Ωστόσο, οι μαθητές είναι απαραίτητο να γνωρίζουν μόνο ότι έχει αναφερθεί ως προαπαιτούμενη γνώση. Τέλος, θα δοθεί προσοχή στη διατύπωση των οδηγιών στα φύλλα εργασίας, για να είναι κατανοητά και σαφή όλα όσα ζητούνται από τους μαθητές, χωρίς την απαίτηση εξειδικευμένων γνώσεων, τόσο για τη χρήση του υπολογιστή όσο και του λογισμικού.

Περιγραφή δραστηριοτήτων

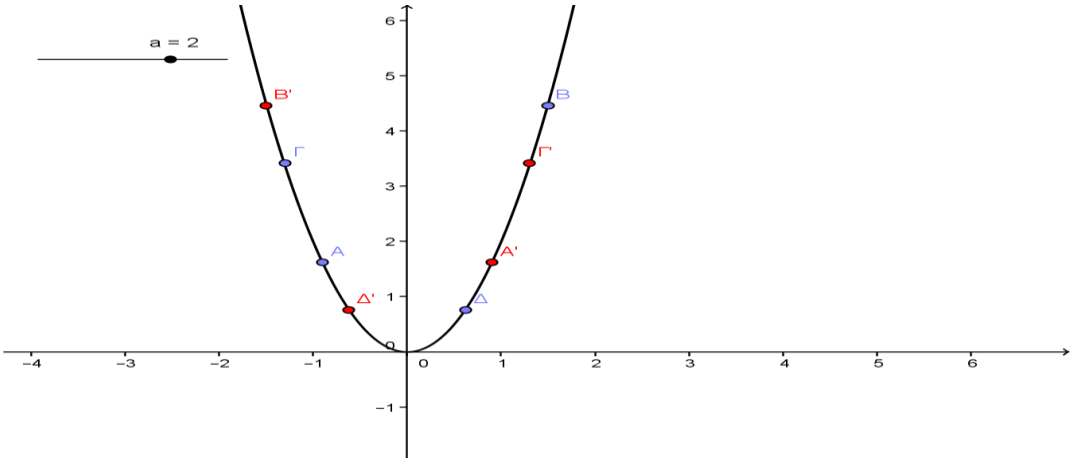
Αρχικά, θα αφιερωθεί ένα μέρος από τη διδακτική ώρα για την εξοικείωση των μαθητών με τη χρήση του εκπαιδευτικού λογισμικού. Στη συνέχεια, θα δοθεί το πρώτο φύλλο εργασίας, όπου θα παρέχονται οδηγίες για τα βήματα που θα ακολουθηθούν κατά τη χρήση του εκπαιδευτικού λογισμικού. Όσον αφορά το πρώτο φύλλο εργασίας, σε πρώτη φάση, θα δημιουργήσουν οι μαθητές ένα δρομέα a και κατόπιν θα εισάγουν τη συνάρτηση y = a x^2. Έπειτα, θα τους ζητηθεί να μεταβάλλουν το δρομέα και

να σημειώσουν τις παρατηρήσεις τους σχετικά με την καμπυλότητα της συνάρτησης.



paravoli y=ax^2.ggb

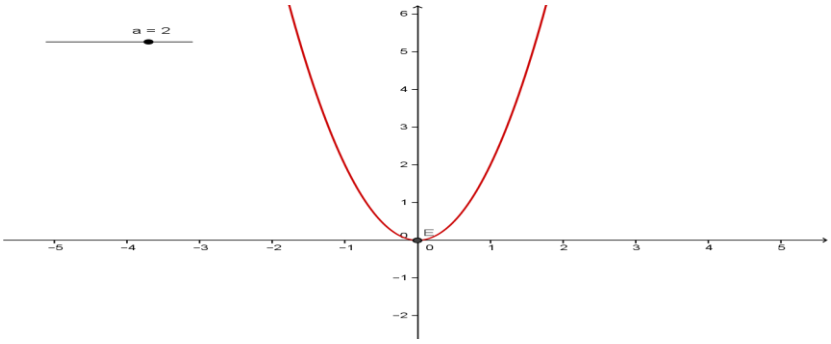
Το πλεονέκτημα του λογισμικού είναι ότι, σε ελάχιστο χρόνο και με ακρίβεια, οι μαθητές θα μπορούν να δουν τη γραφική παράσταση της συνάρτησης σε διάφορες θέσεις, καθώς το a παίρνει θετικές και αρνητικές τιμές. Στη συνέχεα, θα ζητηθεί από τους μαθητές να πάρουν σημεία πάνω στην y = a x^2 και να δημιουργήσουν τα συμμετρικά τους ως προς άξονα y y'. Εκείνη τη στιγμή, θα διαπιστώσουν ότι τα συμμετρικά σημεία βρίσκονται πάνω στην y = a x^2.



paravoli y=ax^2 s.symmetry.ggb

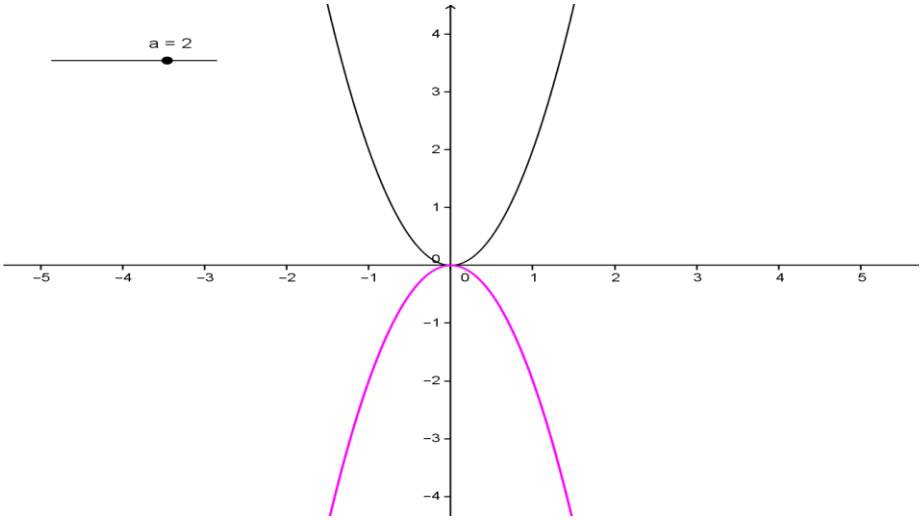
Μετά, θα ζητηθεί να δημιουργήσουν τη συμμετρική της y = a x^2 ως προς άξονα y y'. Στη φάση αυτή, θα διαπιστώσουν ότι οι δύο γραφικές

παραστάσεις ταυτίζονται, οπότε θα συμπεράνουν ότι ο άξονας y y' είναι άξονας συμμετρίας της y = a x^2. Έπειτα, οι μαθητές θα πρέπει να εισάγουν την κορυφή της συνάρτησης y = a x^2 και θα τους ζητηθεί να παρατηρήσουν τις συντεταγμένες της. Ιδιαίτερα, να παρατηρήσουν την τεταγμένη (τιμή για την συνάρτηση) σε σχέση με τις τεταγμένες (τιμές) των άλλων σημείων της γραφικής παράστασης και να διατυπώσουν το σχετικό συμπέρασμα. Στο σημείο αυτό, θα μπορέσουν να υποθέσουν οι μαθητές το όνομα (μέγιστο ή ελάχιστο) της τιμής της συνάρτησης στην κορυφή για a>0 και a<0.



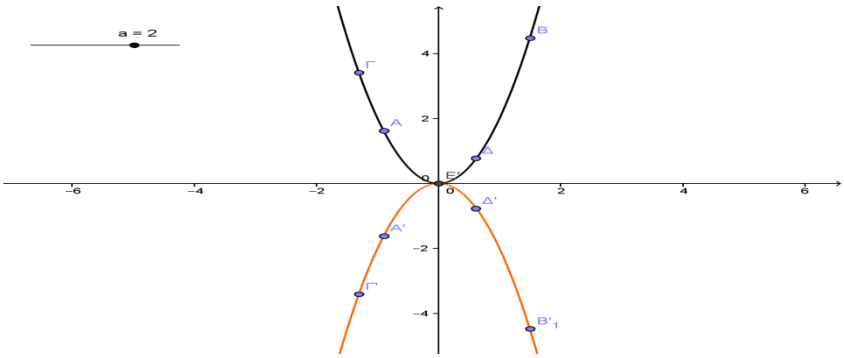
paravoli y=ax^2 vertex.ggb

Στο επόμενο βήμα θα χρειαστεί να εισάγουν τη συνάρτηση y = - a x^2.



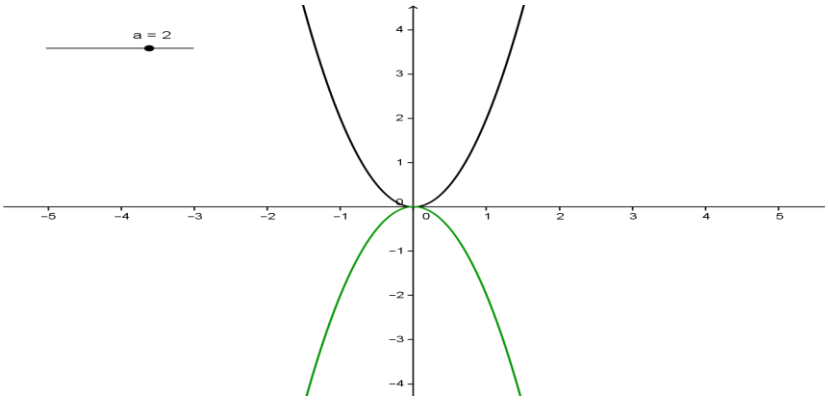
paravoli1 y=ax^2.ggb

Στη συνέχεια, είναι απαραίτητο να δημιουργήσουν τα συμμετρικά των προηγούμενων σημείων ως προς άξονα xx’ και τότε θα διαπιστώσουν ότι βρίσκονται πάνω στην y = - a x^2.



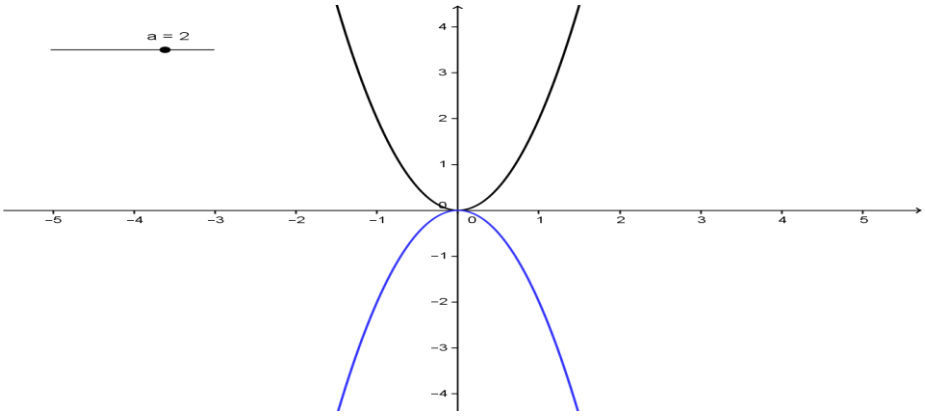
paravoli y=ax^2 symmetry.ggb

Στην πορεία, θα πρέπει να δημιουργήσουν τη συμμετρική της y = a x^2 ως προς άξονα xx’. Έτσι, θα διαπιστώσουν ότι η y = - a x^2 και η συμμετρική της ταυτίζονται, οπότε θα συμπεράνουν ότι η y = - a x^2 είναι η συμμετρική της y = a x^2 ως προς άξονα συμμετρίας x x’



paravoli2 y=ax^2.ggb

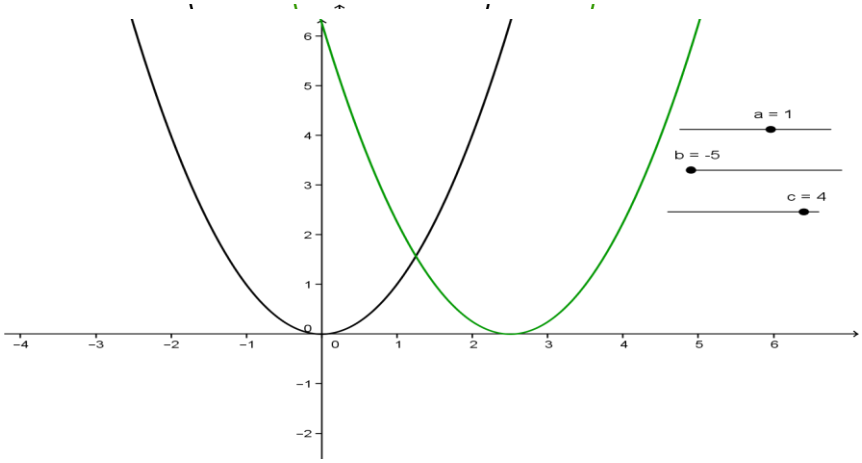
Έπειτα, θα χρειαστεί να δημιουργήσουν τη συμμετρική της y = a x^2 ως προς κέντρο την κορυφή της συνάρτησης και θα διαπιστώσουν ότι καταλήγουν στα ίδια με τα προηγούμενα συμπεράσματα



paravoli3 y=ax^2.ggb

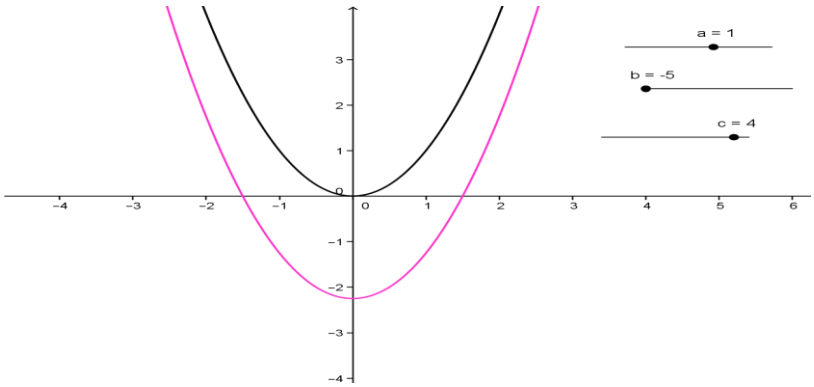
Τέλος, θα πρέπει να διατυπώσουν τα συμπεράσματα τους για τη συμμετρία του σχήματος των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων y = a x^2 και y = - a x^2. Η πορεία όλης της μαθησιακής διαδικασίας ακολουθεί το εξής σχήμα: Παρατήρηση – Υπόθεση – Συμπέρασμα.

Συνεχίζοντας με το δεύτερο φύλλο εργασίας, θα ζητηθεί από τους μαθητές να ανοίξουν νέο σχέδιο (Αρχείο και νέο παράθυρο) και να δημιουργήσουν δρομείς a, b, c και τα εξαρτημένα αντικείμενα m = - b / 2 a, n = - (b^2– 4 a c) / 4 a. Κατόπιν, θα πρέπει να εισάγουν τις συναρτήσεις y = a x^2 και y = a$(x-m)^2$, να μεταβάλλουν τον δρομέα b και να σημειώσουν τις παρατηρήσεις τους. Με αυτό τον τρόπο, θα διαπιστώσουν ότι η y = a x^2 μετακινείται οριζόντια (αριστερά – δεξιά).



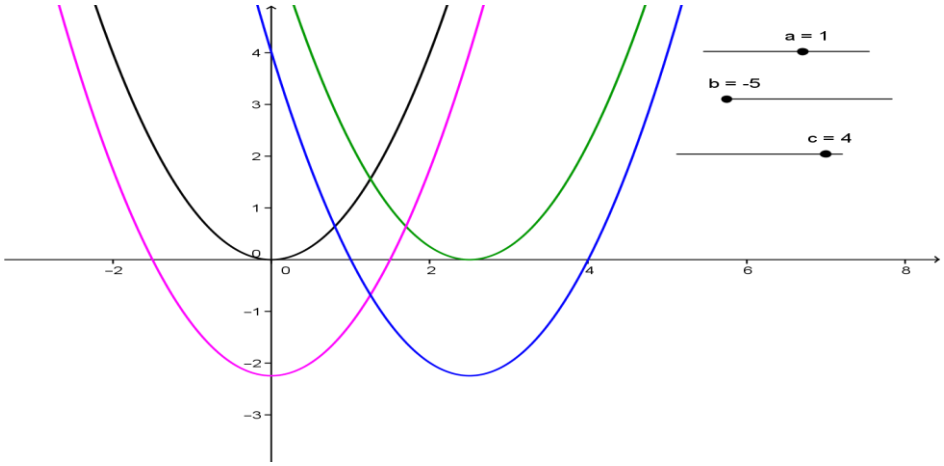
paravoli y=ax^2 horiz.move.ggb

Ομοίως, έπειτα, αν εισάγουν τη συνάρτηση y = a $x^2 + n$, μεταβάλλουν το δρομέα c και σημειώσουν τις παρατηρήσεις τους, τότε, θα διαπιστώσουν η y = a x^2 να μετακινείται κατακόρυφα (πάνω – κάτω).



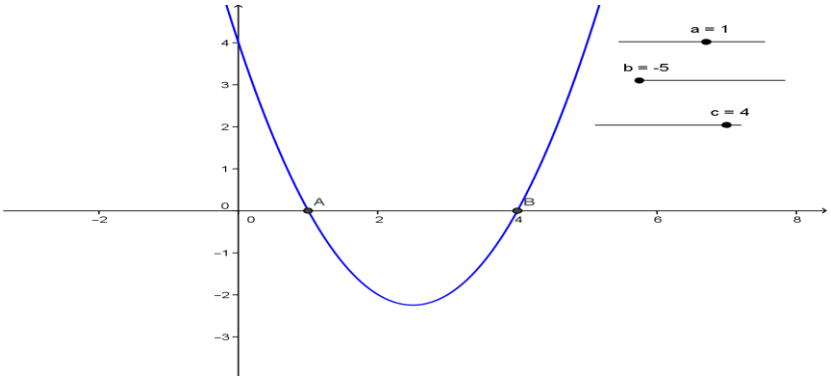
paravoli y=ax^2 vert.move.ggb

Τέλος, αν εισάγουν τη συνάρτηση y = a x^2 + b x + c, μεταβάλλουν τους δρομείς b και c και σημειώσουν τις παρατηρήσεις τους, τότε θα διαπιστώσουν ότι η περίπτωση αυτή μπορεί να ταυτιστεί με τις προηγούμενες.



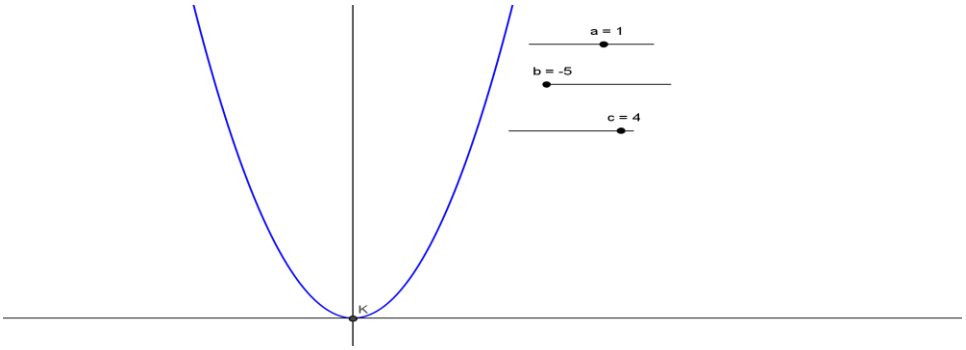
paravoli y=ax^2+bx+c.ggb

Στο επόμενο βήμα, οι μαθητές θα πρέπει να αποκρύψουν όλες τις προηγούμενες συναρτήσεις, εκτός της y = a x^2 + b x + c και να εισάγουν το ανεξάρτητο αντικείμενο D=b^2– 4 a c και το εξαρτημένο αντικείμενο Ρίζα [y = a x^2 + b x + c]. Ύστερα, είναι απαραίτητο να μεταβάλλουν τους δρομείς b και c και να σημειώσουν τις παρατηρήσεις τους. Εκείνη τη στιγμή, θα διαπιστώσουν ότι οι ρίζες είναι τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της συνάρτησης με τον άξονα xx' και ότι η ύπαρξή τους εξαρτάται από τις τιμές της D= b^2- 4a c.



paravoli y=ax^2+bx+c radical.ggb

Για επιβεβαίωση, θα μπορούν να υπολογίσουν (στο τετράδιο τους) τις ρίζες της εξίσωσης a x^2 + b x + c = 0, για συγκεκριμένες τιμές των a, b και c. Αμέσως, μετά, οι μαθητές θα εισάγουν τις ευθείες y = n, x = m και την κορυφή, K της y = a x^2 + b x + c, ενώ αποκρύπτοντας τους άξονες, θα παρατηρήσουν ότι οι ευθείες y = n και x = m, για τη συνάρτηση y = a x^2 + b x + c, παίζουν το ρόλο που έπαιζαν οι άξονες xx', yy' για την y = a x^2.



paravoli y=ax^2+bx+c al.ax.ggb

Σε αυτό το σημείο, το λογισμικό θα έχει προετοιμάσει τους μαθητές να κατανοήσουν τους κατάλληλους μετασχηματισμούς της y = a x^2 + b x + c, με τους οποίους, θα επιβεβαιώσουν ότι η συγκεκριμένη συνάρτηση προέρχεται από δύο μετατοπίσεις της y = a x^2, μιας οριζόντιας και μιας κατακόρυφης. Στο τέλος, αυτής της διερεύνησης, θα καταλήξουν στην ανάγκη αλλαγής του συστήματος αξόνων.

ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

Η αξιολόγηση της όλης διαδικασίας, ώστε να διαπιστωθεί ο βαθμός επίτευξης των στόχων που είχαμε θέσει αρχικά, θα γίνει τόσο με ερωτήσεις όσο και με παρατηρήσεις του τρόπου εργασίας των μαθητών. Τα αποτελέσματα της αξιολόγησης θα καταγραφούν, χρησιμοποιώντας e-portfolio για τον κάθε μαθητή.

1^{ο} ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

“ Η μελέτη των συναρτήσεων y = a x^2, y = - a x^2, a $\neq 0$ και των συμμετριών τους ”

ΤΑΞΗ: .....ΤΜΗΜΑ: ..... ΣΧ. ΕΤΟΣ: .....

ΟΝΟΜ/ ΜΟ ΜΑΘΗΤΗ: …….……

<u>1^{η} Δραστηριότητα</u>

Να επιλέξετε, αρχικά, το εικονίδιο «Άλγεβρα και γραφικά» και στο πεδίο «Εισαγωγή», να πληκτρολογήσετε όπου a, a = 2 και να πατήσετε enter. Έπειτα, να επιλέξετε το εργαλείο «Δρομέας» και να εφαρμόσετε αριστερό κλικ πάνω στην τελεία που βρίσκεται αριστερά στο ελεύθερο αντικείμενο a, ή δεξί κλικ πάνω στο a και στη συνέχεια να επιλέξετε το «δείξτε το αντικείμενο», ώστε να δημιουργηθεί δρομέας. Στο επόμενο βήμα, στο πεδίο «Εισαγωγή», να πληκτρολογήσετε y=a*x^2 (το σύμβολο ^ σημαίνει δύναμη και το * πολλαπλασιασμός) και μετά να πατήσετε enter. Τέλος, να επιλέξετε το εργαλείο «Μετακίνηση» και να σύρετε το a από το πεδίο της άλγεβρας στο πεδίο των γραφικών. Τι παρατηρείτε;

…….....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

<u>2^{η} Δραστηριότητα</u>

Να επιλέξετε το εργαλείο «Σημείο» και να ορίσετε τα τυχαία σημεία Α, Β, Γ, Δ πάνω στη γραφική παράσταση. Έπειτα, να βρείτε τα συμμετρικά τους ως προς άξονα yy’, επιλέγοντας το εργαλείο «Συμμετρία αντικειμένου ως προς ευθεία». (Αρχικά να επιλέξετε το εργαλείο «συμμετρία αντικειμένου ως προς

άξονα», στη συνέχεια, να εφαρμόσετε αριστερό κλικ σε ένα σημείο και έπειτα πάνω στον άξονα yy'. Επαναλαμβάνετε τα δυο τελευταία βήματα για κάθε σημείο).Τι παρατηρείτε ;

…….....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

<u>3η Δραστηριότητα</u>

Σύμφωνα με την προηγούμενη δραστηριότητα και με τον ίδιο τρόπο, ακολουθώντας τη σειρά: «Συμμετρία αντικειμένου ως προς άξονα» - αντικείμενο – άξονας, να βρείτε τη συμμετρική της y = a x^2 ως προς άξονα συμμετρίας τον άξονα yy'. Τι παρατηρείτε;

…….....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

<u>4η Δραστηριότητα</u>

Στο ίδιο σχέδιο, να εφαρμόσετε δεξί κλικ πάνω στη συμμετρική της y = a x^2 που βρίσκεται στο πεδίο των γραφικών. Έπειτα, επιλέγοντας «Ιδιότητες», να χρωματίστε το γράφημα. Ύστερα, με αριστερό κλικ πάνω στην τελεία που βρίσκεται δίπλα στη συμμετρική της y = a x^2, να την αποκρύψετε. Με τον ίδιο τρόπο, να αποκρύψετε τα συμμετρικά των σημείων Α, Β, Γ, Δ . Έπειτα, στο πεδίο «Εισαγωγή», να πληκτρολογήσετε Ε= Κορυφή [y=a*x^2] και μετά να

πατήσετε enter. Έτσι θα εμφανίσετε το σημείο Ε. Στο σημείο αυτό, να παρατηρήσετε τις συντεταγμένες του. Συγκεκριμένα, να παρατηρήσετε την τεταγμένη του σημείου Ε (τιμή για τη συνάρτηση), σε σχέση με τις τεταγμένες των άλλων σημείων της γραφικής παράστασης, όταν μεταβάλετε το a. Τι παρατηρείτε;

……..…….....

…….....

……

……

……

……

……

……

5η Δραστηριότητα

Με βάση την προηγούμενη δραστηριότητα, πώς θα μπορούσατε να ονομάσετε την τιμή της συνάρτησης στην κορυφή Ε όταν a>0 και όταν a<0;

……

……

……

……

……

……..……..

……..……..

……

6η Δραστηριότητα

Στο ίδιο παράθυρο, στο πεδίο «Εισαγωγή», να πληκτρολογήσετε y= - a*x^2 και υστέρα να πατήσετε enter. Ύστερα, να επιλέξετε το εργαλείο «Συμμετρία αντικειμένου ως προς ευθεία» και να βρείτε, με το γνωστό τρόπο, τα συμμετρικά των προηγουμένων σημείων ως προς άξονα συμμετρίας τον άξονα. x x'. Τι παρατηρείτε;

……

……..

……
……
……
……
……
……

7η Δραστηριότητα

Να χρωματίστε την y = a x^2 και κατόπιν να αποκρύψετε το γράφημα. Έπειτα, να βρείτε, ομοίως, το συμμετρικό της y = a x^2 ως προς άξονα συμμετρίας τον άξονα xx’, επιλέγοντας το εργαλείο «συμμετρία αντικειμένου ως προς ευθεία» Τι παρατηρείτε ;

……
……
……
……
……
……
……
……

8η Δραστηριότητα

Να χρωματίστε τη νέα συμμετρική γραφική παράσταση και κατόπιν να την αποκρύψετε. Στη συνέχεια, ακολουθώντας τη ίδια διαδικασία, να βρείτε το συμμετρικό της y = a x^2 ως προς κέντρο συμμετρίας το σημείο Ε, επιλέγοντας, αυτή τη φορά, το εργαλείο «συμμετρία ως προς σημείο». Τι παρατηρείτε;

……
……
……
……
……

.....

.....

……

9η Δραστηριότητα

Στο σχέδιό σας να εμφανίσετε μόνο τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων y = a x^2 και y = - a x^2. (Στο πεδίο της Άλγεβρας, να εφαρμόσετε αριστερό κλικ πάνω στην τελεία που βρίσκεται αριστερά της κάθε συνάρτησης, ώστε να την εμφανίσετε ή να την αποκρύψετε). Να διατυπώσετε τα συμπεράσματά σας για τη συμμετρία του σχεδίου.

……..……..

……..……..

……..

.....

.....

.....

.....

.....

2^{ο} ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

“ Οι συνάρτησες y = a($x - m)^2$, y = a $x^2 - n$ και y = a x^2 + b x + c, a $\neq$ 0 ”

ΤΑΞΗ: .....ΤΜΗΜΑ: ..... ΣΧ. ΕΤΟΣ: .....

ΟΝΟΜ/ ΜΟ ΜΑΘΗΤΗ: …….……

<u>1^{η} Δραστηριότητα</u>

Να δημιουργήσετε νέο σχέδιο, επιλέγοντας «Αρχείο» και «Νέο παράθυρο». Στη συνέχεια, στο πεδίο «Εισαγωγή», να πληκτρολογήσετε τις εντολές: a = 1, b = - 5, c = 4, m = - b/(2*a), n = - (b^2-4*a*c)/(4*a) και να πατήσετε enter μετά από κάθε μια εντολή. Στο επόμενο βήμα, να επιλέξετε το εργαλείο «Δρομέας» και να πατήσετε αριστερό κλικ στην τελεία που βρίσκεται αριστερά σε κάθε ένα από τα ελεύθερα αντικείμενα a, b, c στο πεδίο της Άλγεβρας, ώστε να δημιουργηθούν οι δρομείς. Έπειτα, στο πεδίο «Εισαγωγή», να πληκτρολογήσετε y = a*x^2 και να πατήστε enter. Στη συνέχεια, στο πεδίο «Εισαγωγή», να πληκτρολογήσετε y = a*(x-m)^2 και να πατήσετε enter. Τέλος, να επιλέξετε το εργαλείο «Μετακίνηση» και να μετακινήσετε το b. Τι παρατηρείτε;

…….....

.....

.....

…….

…….

……..

……..

……..

<u>2^{η} Δραστηριότητα</u>

Να χρωματίστε και κατόπιν να αποκρύψετε τη γραφική παράσταση που πρόεκυψε από την τελευταία ενέργειά σας. Στη συνέχεια, στο πεδίο «Εισαγωγή», να πληκτρολογήσετε y = a*x^2+n και να πατήσετε enter. Τέλος, να επιλέξετε το εργαλείο «Μετακίνηση» και να μετακινήσετε το c. Τι παρατηρείτε;

…….....
.....
…….
…….
…….
……..
……..
……..

3η Δραστηριότητα

Να χρωματίστε τη γραφική παράσταση της προηγούμενης δραστηριότητας και κατόπιν να την αποκρύψετε. Έπειτα, στο πεδίο «Εισαγωγή», να πληκτρολογήσετε y=a*x^2+b*x+c και να πατήσετε enter. Τέλος, να επιλέξετε το εργαλείο «Μετακίνηση» και να μετακινήσετε τα b και c. Τι παρατηρείτε;

…….....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

4η Δραστηριότητα

Στο ίδιο παράθυρο, στο πεδίο «Εισαγωγή», να πληκτρολογήσετε τις εντολές: D=b^2-4*a*c, Ρίζα [a*x^2+b*x+c] και να πατήσετε enter μετά από κάθε μια εντολή. Στη συνέχεια, να επιλέξετε το εργαλείο «Μετακίνηση» και να μετακινήσετε τα b και c. Τι παρατηρείτε για τις τιμές της D σε σχέση με τις ρίζες και τη γραφική παράσταση της y = a x^2 + b x + c.

……
……..
……..
……..
……..

……..
……..
……..

5η Δραστηριότητα

Να υπολογίσετε τις ρίζες της εξίσωσης a x^2 + b x + c = 0 για συγκεκριμένες τιμές των a, b και c και να τις επαληθεύστε στο γράφημα.

……..
……..
……..
……
……..
……..
……..
……..

6η Δραστηριότητα

Στο πεδίο «Εισαγωγή», να πληκτρολογήσετε τις εντολές: y = n, x = m, K= Κορυφή[y=a*x^2+b*x+c] και να πατήσετε enter μετά από κάθε μια εντολή. Στη συνέχεια, να επιλέξετε «Προβολή» και «Άλγεβρα» και να εφαρμόσετε αριστερό κλικ πάνω στο εμφανιζόμενο εικονίδιο για τους άξονες, ώστε να αποκρύψετε τους άξονες .Τι ρόλο παίζουν οι ευθείες y = n και x = m για την y = a x^2 + b x + c;

……
……
……
……
……
……
……

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Ελληνόφωνη

ΔΕΠΠΣ - Π. Ι. (2003) Έρευνες – Προγράμματα: 'ΔΕΠΠΣ – ΑΠΣ Μαθηματικών'. [Online]. Διαθέσιμο στο:

http://www.pi-schools.gr/programs/depps/
(Ανακτήθηκε: 20/ 2/ 2014)

Ανδρεαδάκης, Σ. κ.ά. (2011) *ΆΛΓΕΒΡΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ*, ΣΧΟΛΙΚΟ ΒΙΒΛΙΟ. Αθήνα: ΟΕΔΒ.

Αργυράκης, Δ. κ.ά. (2008) *ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ*, ΣΧΟΛΙΚΟ ΒΙΒΛΙΟ. Αθήνα: ΟΕΔΒ.

Επιμόρφωση Εκπαιδευτικών Β' επιπέδου για την αξιοποίηση και εφαρμογή των ΤΠΕ στη διδακτική πράξη του Ε.Π.: «εκπαίδευση και δια βίου μάθηση», ΕΣΠΑ (2007 - 2013). Υλικό Επιμόρφωσης: ' Παραδείγματα Εκπαιδευτικών Δραστηριοτήτων '. [Online]. Διαθέσιμο στο:

http://b-epipedo2.cti.gr/el-GR/edu-material-m/edu-scenarios-m
(Ανακτήθηκε: 20/ 2/ 2014)

Γαβρίλης, Κ. & Κεΐσογλου, Στ. (2008) Σενάρια και εκπαιδευτικό λογισμικό για την επιμόρφωση των εκπαιδευτικών ΠΕ03 στην διδακτική των Μαθηματικών. 1ο Πανελλήνιο Εκπαιδευτικό Συνέδριο Ημαθίας.

Clawson, C. C. (2005) *Ο Ταξιδευτής των Μαθηματικών: η εξερεύνηση της εντυπωσιακής ιστορίας των αριθμών.* Μετάφραση από την Ε. Αλεξοπούλου. Αθήνα: Κέδρος.

Κεΐσογλου, Σ. (2008) ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΜΕ ΤΟ GeoGebra Α' ΛΥΚΕΙΟΥ, ΒΙΒΛΙΟ ΚΑΘΗΓΗΤΗ. Αθήνα: ΥΠΕΠΘ/ Π. Ι. - Γ' ΚΟΙΝΟΤΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ ΣΤΗΡΙΞΗΣ:

«Ολοκληρωμένη Αξιοποίηση των Τ.Π.Ε. στην Εκπαιδευτική Διαδικασία». [Online]. Διαθέσιμο στο: http://www.intracom-schools.gr/downloads/likeio/mathimatika_me_tin_geogebra_a_g/biblio_kathigiti/a_likeiou.pdf
(Ανακτήθηκε: 23/ 2/ 2014)

ΟΕΠΕΚ (2012). Τ.Π.Ε. στην Εκπαίδευση. Υλικό: ‘ Εκπαιδευτικό Υλικό ’ (ΕΑΕΠ 800 Ολοήμερα Δημοτικά). [Online]. Διαθέσιμο στο: http://www.oepek.gr/pdfs/tpe_eaep_800sch.pdf
(Ανακτήθηκε: 20/ 02/ 2014).

Σκούρας, Α. & Πολύζος, Γ. (2001) Τα Μαθηματικά στην καθημερινή ζωή, στην τέχνη και στον πολιτισμό. Οδηγός της ευέλικτης ζώνης καινοτόμων δράσεων, Βιβλίο καθηγητή. Αθήνα: ΥΠΕΠΘ - Π.Ι.

Τουμάσης, Μ. & Αρβανίτης, Τ. (2003) Διδασκαλία Μαθηματικών με χρήση Η/Υ. Αθήνα: Σαββάλα.

Φιλίππου, Γ. & Χρίστου, Κ. (2002) Διδακτική των Μαθηματικών. Αθήνα: Δαρδανός.

Φλωρεντίνος, Σ. & Καλλιγάς, Χ. (2001) Διδασκαλία των Μαθηματικών με τη βοήθεια δραστηριοτήτων. Πρακτικά 5 ου Πανελλήνιου Συνεδρίου με Διεθνή Συμμετοχή, με τίτλο «*Διδακτική των Μαθηματικών και Πληροφορική στην εκπαίδευση*», Θεσσαλονίκη.

Χιονίδου, Μ. (1999) Επιμόρφωση των εκπαιδευτικών στο κονστρουκτιβιστικό μοντέλο διδασκαλίας και μάθησης των μαθηματικών. Αθήνα: Παιδαγωγικό Ινστιτούτο.

Ξενόγλωσση

Kynigos, C. (2007) ‘Half-baked Microworlds in use in Challenging Teacher Educators’ Knowing’: *international Journal of Computers for Mathematical* Learning. Kluwer Academic Publishers, Netherlands, 12 (2), 87-111.

Makri, K. & Kynigos, C. (2007). ‘*The Role of Blogs in Studying the Discourse and Social Practices of Mathematics Teachers’*. *Educational Technology & Society,* 10 (1), 73-84.

Ponte, J. (2008) *Mathematics teacher education and professional development.* ICMI Symposium Rome

Ruthven, K. (2004). *Linking researching with teaching: Towards synergy of scholarly and craft knowledge*. The 10th ICME, Copenhagen, Denmark.

Wittmann, E. (2001). ‘Developing Mathematics Education in a systemic process’*. Educational Studies in Mathematics* 48: 1–20, 2001.