

Γεωμετρία Β' Λυκείου: “Δύναμη σημείου ως προς κύκλο”

Φύλλο εργασίας

1^η Δραστηριότητα

Επιλέγοντας το κουτάκι για τη συγκεκριμένη δραστηριότητα, να μεταβάλλετε τη θέση της τέμνουσας ΣΑΒ, μετακινώντας το “δρομέα α” και να καταγράψετε τις αποστάσεις (ΣA) και (ΣB) καθώς και το γινόμενό τους ($\Sigma A \cdot \Sigma B$), επιλέγοντας τα αντίστοιχα κουτάκια. Α. Τι παρατηρείται όσον αφορά το γινόμενο ($\Sigma A \cdot \Sigma B$);

B. Να εξετάσετε τις ακραίες θέσεις της τέμνουσας ΣΑΒ, στις περιπτώσεις που διέρχεται από το κέντρο του κύκλου (το Α ταυτίζεται με το Γ & το Β με το Δ) και όταν ταυτίζεται με την εφαπτούμένη ΣΜ (το Α πλησιάζει το Β, στο σημείο Μ).

Συγκεκριμένα, να καταγράψετε τις μετρήσεις της εφαρμογής, για τις περιπτώσεις αυτές και, στη συνέχεια, να εκφράσετε τις ισότητες που προκύπτουν, συνδέοντας το γινόμενο: $(\Sigma A) \cdot (\Sigma B)$, με καθένα από τα γινόμενα: $(\Sigma C) \cdot (\Sigma D)$ και $(\Sigma M) \cdot (\Sigma M) = (\Sigma M)^2$.

2^η Δραστηριότητα

Αφού επιλέξετε το κουτάκι για τη δεύτερη δραστηριότητα, στη συνέχεια, να μετακινήσετε το δρομέα α της εφαρμογής και να συγκρίνεται, αρχικά, τις γωνιές \widehat{BAD} και $\widehat{B\Gamma D}$, σύμφωνα με τις μετρήσεις της εφαρμογής, κάνοντας κλικ πάνω στα αντίστοιχα κουτάκια.

A. Τι παρατηρείτε; Μπορείτε να δικαιολογήσετε τις παρατηρήσεις αυτές, με βάση τη θέση των γωνιών στον κύκλο;

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

B. Να δείξετε ότι τα τρίγωνα ΣA και ΣB είναι όμοια και από την ομοιότητα αυτή, να εξηγήσετε τη σχέση:

$$\Sigma A \cdot \Sigma B = \Sigma \Gamma \cdot \Sigma \Delta$$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

3^η Δραστηριότητα

Κάνοντας, αρχικά, κλικ στο κουτάκι για την τρίτη δραστηριότητα, στη συνέχεια, να επιλέξετε κατάλληλες τιμές για την ακτίνα r του κύκλου, μετακινώντας το “δρομέα r ”.

- A. Να καταγράψετε τις μετρήσεις, για τα παραπάνω γινόμενα, επιλέγοντας τα αντίστοιχα κουτάκια που εμφανίζονται.

- B. Με βάση τις παραπάνω μετρήσεις και συνδέοντας τα συμπεράσματα της προηγούμενης δραστηριότητας, αφού εκφράσετε τις αποστάσεις (ΣΓ) και (ΣΔ) συναρτήσει της ακτίνας του κύκλου r , να αιτιολογήσετε τη σχέση:

$$(\Sigma A) \bullet (\Sigma B) = (\Sigma K)^2 - r^2$$

- Γ. Αν ονομάσουμε: «Δύναμη του σημείου Σ ως προς τον κύκλο (K, r) », την ποσότητα: $(\Sigma K)^2 - r^2$, δηλαδή: $\Delta_{(K,r)}^\Sigma = (\Sigma K)^2 - r^2$, να περιγράψετε τι σημαίνει ο όρος αυτός και από τι εξαρτάται, κατά τη γνώμη σας, σύμφωνα με όλα τα παραπάνω.

Γ. Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΣΜΚ, να αποδείξετε τη σχέση που συνδέει το εφαπτόμενο τμήμα ΣΜ, με την έκφραση της δύναμης σημείου ως προς κύκλο.
Δηλαδή: $(\Sigma M)^2 = (\Sigma K)^2 - r^2$

Εφαρμογή

Δίνεται κύκλος ($O, 6$) και σημείο A ώστε: $(OA) = 12$ μονάδες. Αν από το σημείο A , φέρουμε τέμνουσα $AB\Gamma$ που τέμνει τον κύκλο ($O, 6$) κατά χορδή $(B\Gamma) = 9$, τότε:

- A. Να υπολογίσετε τη δύναμη του σημείου A ως προς τον κύκλο (Ο, 6).

- B. Να βρείτε την απόσταση (AB).
